

# Měření v rovině

Ing. Richter, Ph.D.

# Měření v rovině

- Měření, kdy nemusíme uvažovat jeden z rozměrů (výška, vzdálenost ...),
  - počítání objektů, zjišťování tvaru a kompletnosti (bez ohledu na velikost), detekce barvy
- nebo nutná apriorní znalost
  - objekty patří k definované rovině (rovinám) -> možnost zjednodušit výpočty – zrychlení řešení
  - zjišťování polohy objektu se známou velikostí
  - zjišťování velikosti objektu ve známé pozici
  - možnost řešit jednou kamerou i 3D (za známých podmínek)

# Měření v rovině

- Rovina, ve které se měří, může být u některých metod nahrazena obecnou plochou (se složitějším matematickým popisem)
- Vzájemná poloha kamery a měřených objektů
  - rovina je rovnoběžná s čipem
  - rovina není rovnoběžná s čipem (problém – hloubka ostrosti, změna měřítko v ploše čipu)
  - možnost korekce nerovnoběžnosti rovin skloněním čipu (HW úprava)

# Typy měření

- Zjištění přítomnosti
- Počítání objektů
- Detekce tvaru objektů
- Měření objektů

## Poznámka:

- Použitím více pohledů/kamer by šlo měření dále zpřesnit - 3D měření bude věnována vlastní přednáška
- Vyhodnocení tvarů objektů a jejich popis má také vlastní přednášku

# Typy měření

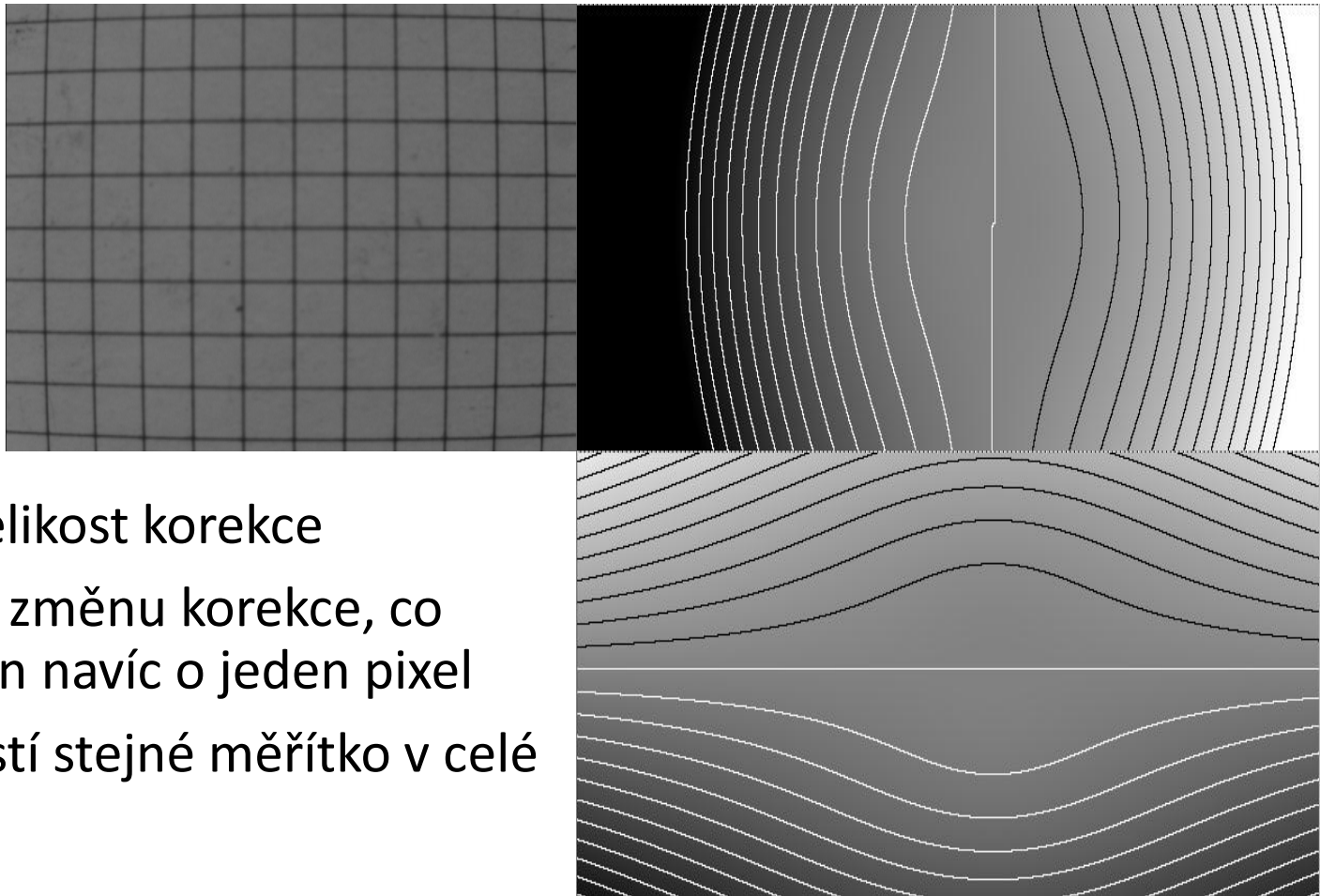
- Relativní (nepřímé měření) – srovnání měřených dat s referenčním modelem
  - ovlivněno šumem, zkreslením tvaru a jasu, nekompletností, překrytím
  - referenční model získaný z modelu (výkres) nebo kalibrací (reálný)
- Absolutní – vztaženo ke konkrétnímu souřadnému systému, měřeno v metrických jednotkách
  - vzájemný vztah získán kalibrací

# Zkreslení optiky

- Ukázka použití 2D transformací a vlastností s tím spojených
- Nejznámější rovinná transformace souřadnic
- Je možné ho reprezentovat jako rovinnou transformaci
- Různé interpretace – rovinná transformace; proměnné ohnisko
- Je možné ho reprezentovat jako prostorovou transformaci – promítání na 3D plochu – prostorová deformace roviny (plocha)
- -> 2D transformaci v rovině je možné převést na promítání na 3D těleso a naopak (při určitých podmínkách)
- Korigovat zkreslení je nutné pro přesná měření, tvorbu panoramat ...

# Zkreslení

- Originál
- Korekce x
- Korekce y



- Jas určuje velikost korekce
- Křivky určují změnu korekce, co čára to posun navíc o jeden pixel
- Korekce zajistí stejné měřítko v celé ploše



## Zkreslení - vzorce

- Radiální

$$\begin{aligned}x_d &= x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \\y_d &= y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)\end{aligned}$$

- Tangenciální

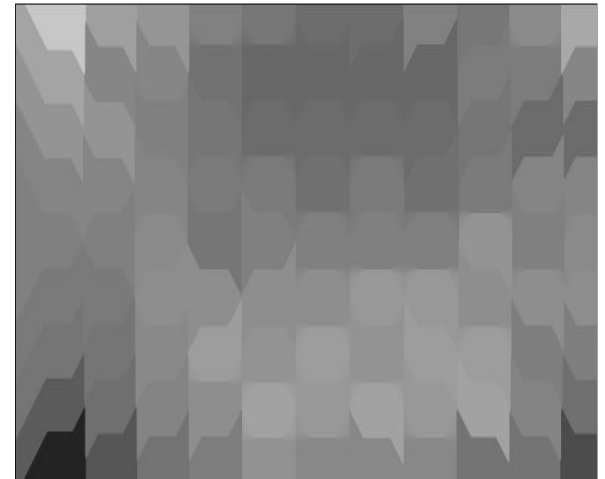
$$\begin{aligned}x_d &= x + [2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2)] \\y_d &= y + [p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy]\end{aligned}$$

# Zkreslení

- Je dán vzorec – transformace polohy na polohu, nebo změna ohniska podle polohy
- Zkreslení = nelineární => rovina je na čipu obecná plocha => zobecnění na obecnou 3D plochu (transformace „bez smyček“)
- Korekce zkreslení je první fází pro následné použití lineárních transformací
- Použití nejmenších čtverců pro výpočty – rozložení chyb

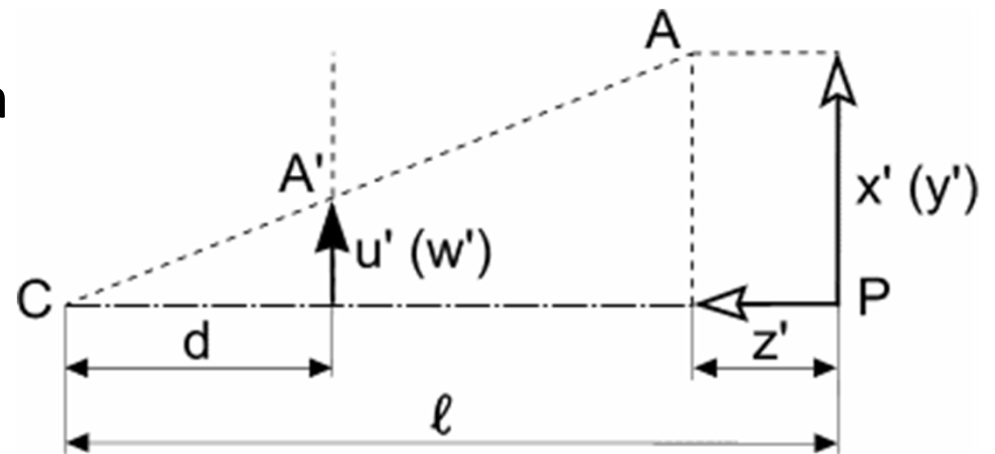
# Zkreslení – kvalita transformace

- Velikost a rozložení chyby v kříženích čar ve směru  $y$  (jas udává velikost odchylky)
- Obrázek nahoře – chyba pro málo koeficientů, Je vidět tendence – nahoře tmavá, dole světlá (tj. odchylky skutečné polohy křížení a modelu do plusu a do mínusu v oblasti)
- Obrázek dole – chyba pro více koeficientů, Rozložení tmavších a světlejších (odchylek) je možné považovat za náhodné (lepší rozložení odchylek)



# Měření v rovině rovnoběžné s čipem

- Zjednoduší výpočty
- Vliv odchylky od rovnoběžnosti na výsledky
- Rovina měření rovnoběžná s čipem

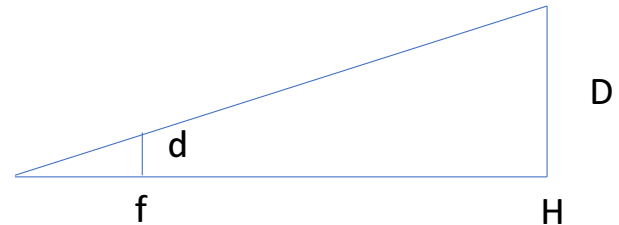


# Měření rovnoběžné roviny s čipem

Citlivost na pohyb v určitém směru se dá využít ke zvýšení efektu změny, nebo k potlačení chyb změnou polohy v daném směru.

zobrazovací rovnice

$$\frac{d}{f} = \frac{D}{H}$$



citlivost na změnu parametrů

$$d = \frac{D_0 f_0}{H_0} + \frac{f_0}{H_0} \Delta D + \frac{D_0}{H_0} \Delta f - f_0 \frac{D_0}{H_0^2} \Delta H = d_0 (1 + \Delta d)$$

chyba určení průmětu při změně parametrů

$$d = d_0 + \frac{d_0}{D_0} \Delta D + \frac{d_0}{f_0} \Delta f - \frac{d_0}{H_0} \Delta H = d_0 (1 + \Delta d)$$

# Měření v rovině rovnoběžné s čipem

- Detekce objektu a zjištění rozměrů
- Rozměry s tolerančními poli
- Měřítko získáno ze známých rozměrů v obraze



# Použití homogenních souřadnic

- Projektivní transformace
- Transformace rovina – rovina
- Do transformace je možné zahrnout i zrcadla
- Postupné skládání transformací => násobení transformačních matic
- Nelinearity se ošetří úpravou obrazu – korekce zkreslení

# Homogenní souřadnice

- lineární z hlediska projektivních transformací
- možnost „spojovat“ lineární operace v jednu (matici pro výpočty)
- zavádí se další rozměr ( $1D+1$  pro přímky,  $2D+1$  pro roviny,  $3D+1$  pro prostory)
- vhodné pro transformace z roviny (čipu) na rovinu (měření) nebo naopak



# Homogenní souřadnice

- další vlastnosti :
- body  $p$  ležící na přímce  $l$ , nebo přímka  $l$  složená z bodů  $p$
- bod a přímka jsou duální (dva body dávají přímku, dvě přímky dávají bod (průsečík) – společné výpočty)
- Rovnice bodu ležícího na přímce nebo přímky procházející bodem ve 2D  $k(l_1p_1 + l_2p_2 + l_3p_3) = 0$
- Výpočet parametrů přímky procházející dvěma body –  $p_1$  a  $p_2$ , ve 2D

$$l_1 = \begin{vmatrix} p_1^2 & p_1^3 \\ p_2^2 & p_2^3 \end{vmatrix}$$

$$l_2 = - \begin{vmatrix} p_1^1 & p_1^3 \\ p_2^1 & p_2^3 \end{vmatrix}$$

$$l_3 = \begin{vmatrix} p_1^1 & p_1^2 \\ p_2^1 & p_2^2 \end{vmatrix}$$

## Homogenní souřadnice 1D – výpočet transformace minimalizací

- Souřadnice odpovídajících si bodů na první (A=reál) a druhé (B=detektor) přímce

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \end{bmatrix} \quad a_{2i} = 1 \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots \\ b_{21} & b_{22} & \dots \end{bmatrix} \quad b_{2i} = 1$$

- Transformační rovnice (převádějící souřadnice detektoru na reálné hodnoty)

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & \dots \\ a_2 & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & \dots \\ b_2 & \dots \end{bmatrix} = T B \quad t_{22} = 1$$

- Rovnice jednotlivých souřadnic – po transformaci  $\bar{a}_2$  obecně různé od 1

$$\bar{a}_1 = t_{11} b_1 + t_{12} b_2 \quad \bar{a}_2 = t_{21} b_1 + t_{22} b_2$$

- výsledná 1D hodnota

$$a_1 = \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_2} = \frac{t_{11} b_1 + t_{12} b_2}{t_{21} b_1 + t_{22} b_2} \quad \Rightarrow \quad a_1 - \frac{t_{11} b_1 + t_{12} b_2}{t_{21} b_1 + t_{22} b_2} = 0 \quad (\text{možné dělení nulou})$$

- kritériální funkce pro jeden bod (bez možného dělení nulou)

$$Q_i = (a_1(t_{21} b_1 + t_{22} b_2) - (t_{11} b_1 + t_{12} b_2))^2 \quad t_{22} = 1$$

- kritériální funkce pro všechny body (minimum místo nuly zohledňuje chyby/šum)

$$\min_T Q = \sum_i Q_i$$

## Homogenní souřadnice 1D výpočet transformace řešením rovnice

- $a_1(t_{21} b_1 + t_{22} b_2) - (t_{11} b_1 + t_{12} b_2) = 0 \quad b_2 = 1$

- $a_i(t_{21} b_i + t_{22}) - (t_{11} b_i + t_{12}) = 0 \quad \text{pro všechna měření } i$

- $$\begin{bmatrix} -t_{11} b_1 & -t_{12} & a_1 t_{21} b_1 & a_1 t_{22} \\ & & \dots & \\ & & \dots & \end{bmatrix}$$

- $$\begin{bmatrix} -b_1 & -1 & a_1 b_1 & a_1 \\ & & \dots & \\ & & \dots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{12} \\ t_{21} \\ t_{22} \end{bmatrix} = 0$$

- Vyřešit vlastní čísla

# rektifikace

- Upravování snímků (2D výsledný průmět) do pohledu „z jiného směru“
- Projeví se výška objektů jako chyba ve výsledném snímku (důsledek 2D transformace na 3D průmět) -> spíše malé korekce
- Použití pro lidské vnímání – korekce snímků na rovnoběžné promítání z více kamer
- Použití pro vyhodnocení (dobře definované epipolární linie)
- Úprava například snímků z leteckého snímkování

# Rektifikace

- chyby vysokých objektů, kolmo k povrchu, 2D, perspektiva
- společné (lícovací) body

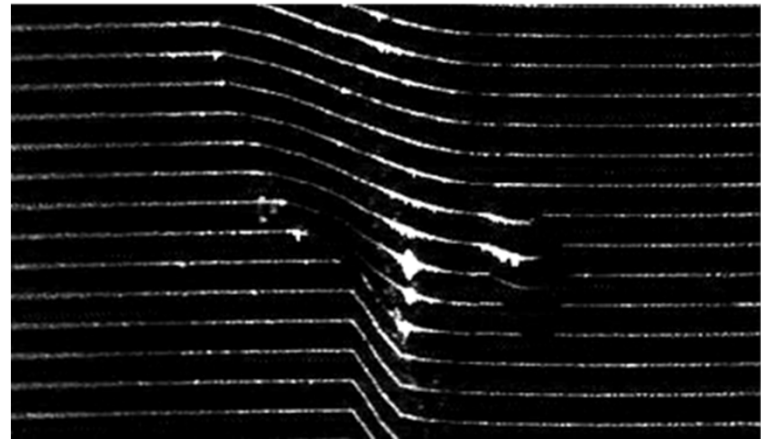


# Aktivní triangulace

- Nasvícení laserovým pruhem
- Pruh tvoří v prostoru rovinu
- Výsledný snímek vzniká na čipu (také rovina) -> transformace rovina – rovina
- Často transformace pro každou osu.  
Z průmětu na snímku se vypočte pozice  
 $f_x(u,v) = x$   
 $f_y(u,v) = y$   
 $f_z(u,v) = z$

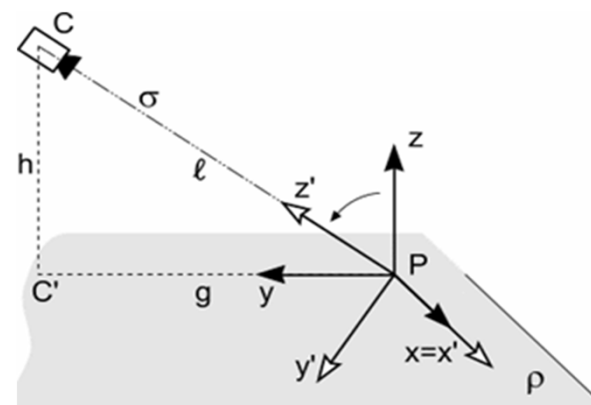
# Aktivní triangulace

- 3D – jeden rozměr dán mechanickým pohybem,
- Měření tvaru svárů pomocí laserového pruhu



# Měření za známé pozice pohybu

- Proměření 3D tvar povrchu vozovky
- Značka cca 40cm nad povrchem
- Rovnice plochy 40cm nad povrchem
- Průsečík plochy a přímky do středu značky dávají 3D bod – poloha auta
- Možnost orientačního zjištění rychlosti z jedné kamery (a známé plochy pohybu)





# Přesnost detekce a polohy

- Velikost objektu v pixelech
- Bitová hloubka snímání
- Kvalita zobrazení – objektiv, šum

# Přesnost a detekce hrany

- **hranové detektory – hodnocení kvality**
- správná detekce hrany:
  - citlivost na šum (hrana je „rozházená“ a nebo chybí)
  - příliš mnoho odezev (v okolí hrany by měla být pouze jedna silnější odezva, další by se měla opakovat až v určité vzdálenosti)
  - špatná lokalizace (hrana je systematicky posunutá)
  - nutno nastavit detektor tak aby nebyl náchylný k chybám („rozmazat“ a derivovat = zvýraznit hrany ale ne šum = filtr pro střední frekvence)

# Subpixelové měření

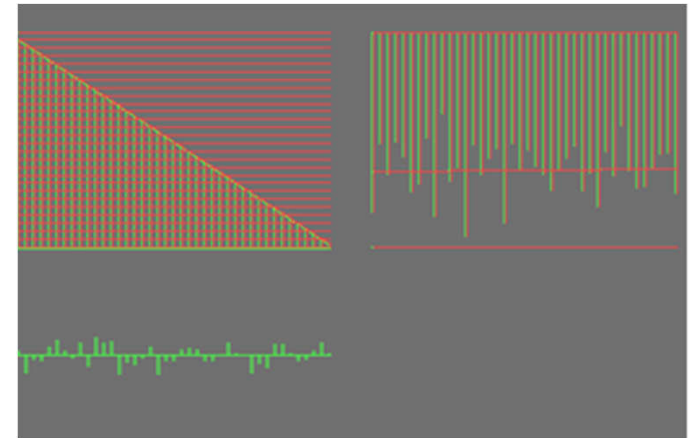
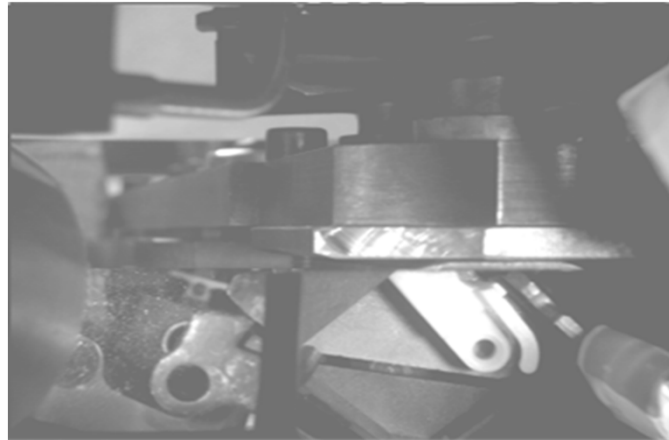
- **Zjištění polohy s přesností větší než jeden pixel**
- **snižování šumu**
  - sčítání obrázků – zvýšení bitové hloubky, zmenšení šumu
  - „široké“ filtry – potlačení šumu
  - zlepšení HW – snížení šumu
- **obrazová x frekvenční doména**
  - obrazová – nelineární a jednoduché filtry
  - frekvenční – složité a složené lineární filtry

# Subpixelové měření

- **hledání hran**

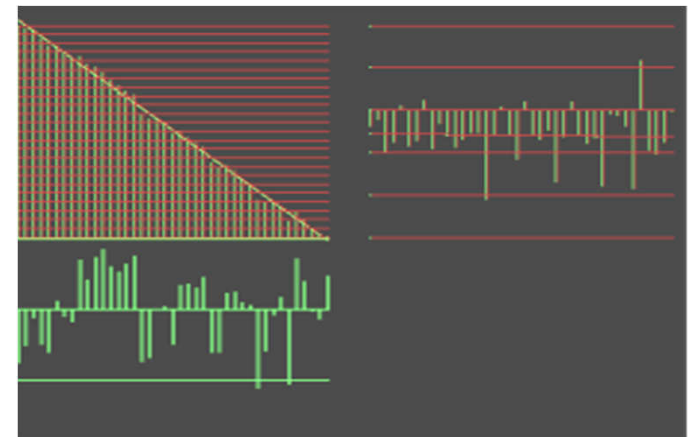
- subpixel – zpřesnění polohy hrany
- inflexní bod – z průběhu hrany
- počet pixelů – z většího množství hodnot pro vyhledání
- vliv kvantizace a diskretizace na kvalitu určení hrany

# Subpixelové měření



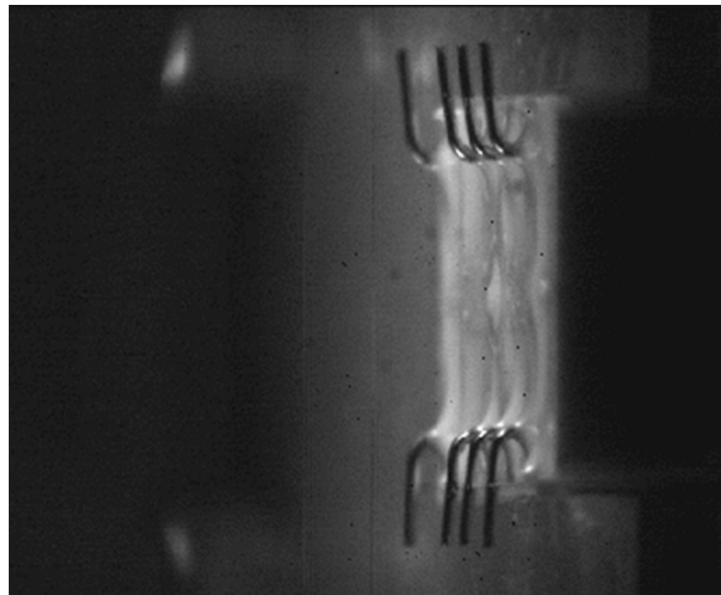
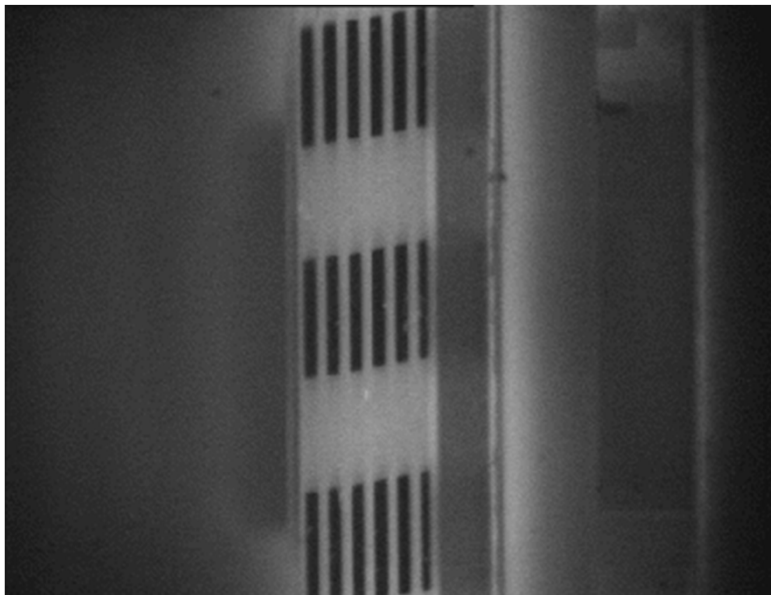
Graf detekce polohy při posunu vzoru po 0,05mm  
Graf vlevo pro otvor v kovu (50x25pxl),  
Graf vpravo pro otvor v umělé hmotě (reflexy,27x13)

V grafu jsou vlevo nahoře průběh změny polohy, vlevo dole odchylky od proložené přímky – výška je zde  $\pm$ půlpixel (0,014mm)



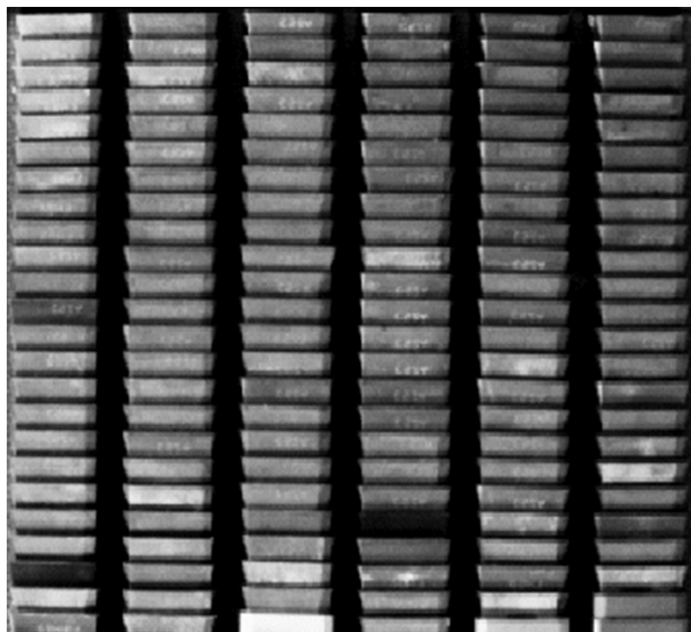
# Rovnoběžné promítání – telecentrický objektiv

- Není zde perspektivní zkreslení
- Pohled na obdélníkový kalibr a obdélníkovou součástku pod úhlem  $20^\circ$



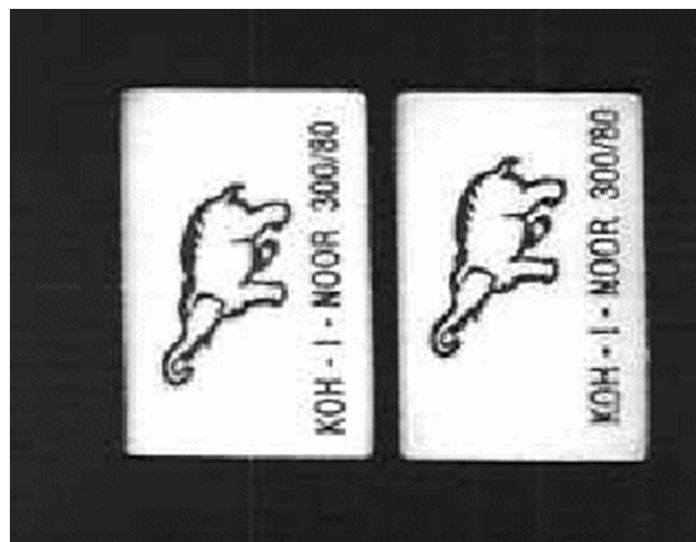
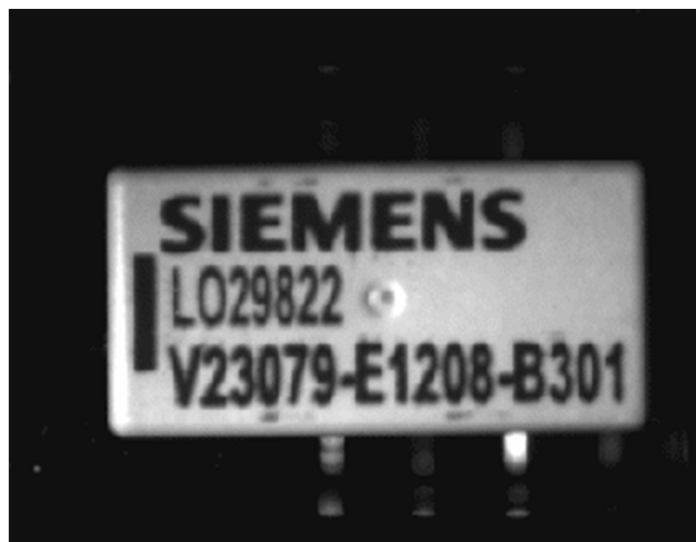
# Aplikace

- Počítání objektů v dané délce -> stanovení průměrné šířky objektu



# Aplikace

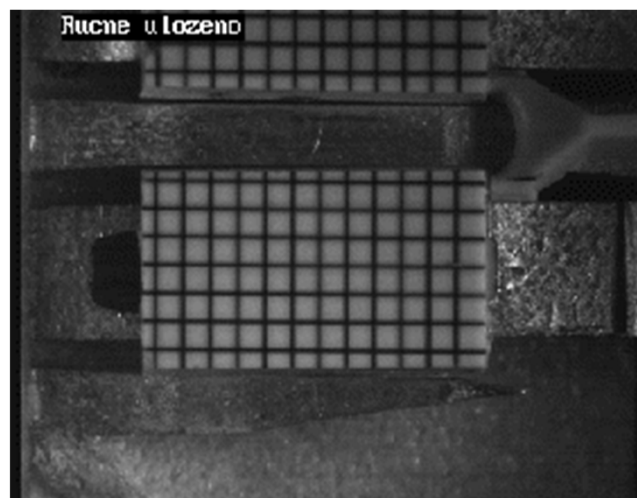
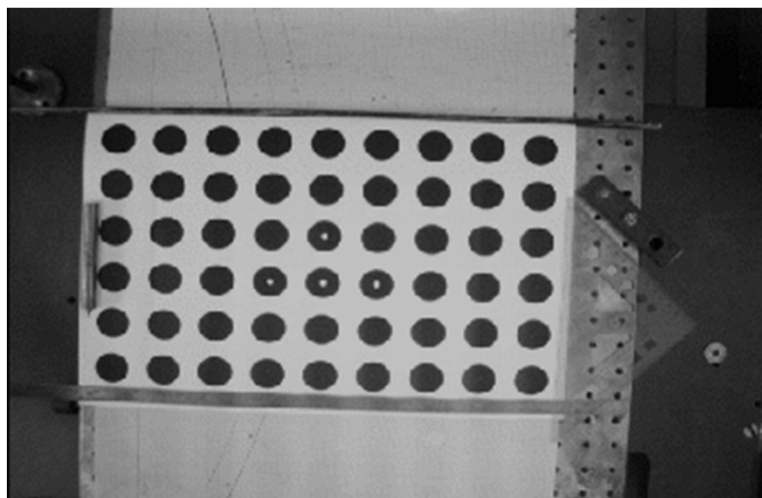
- Kontrola potisku – komplettnost, správné označení





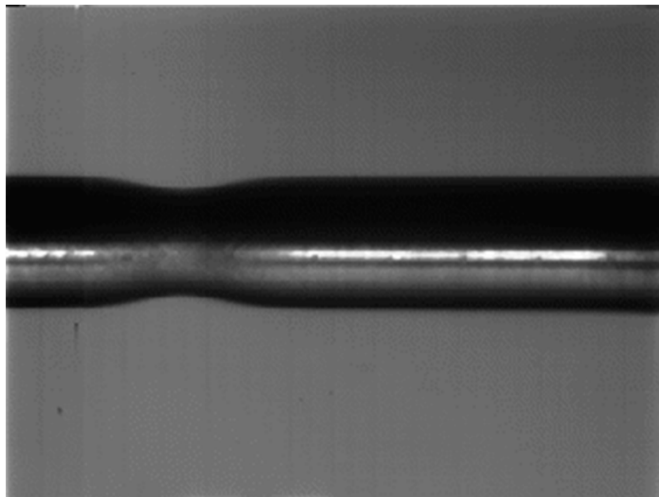
# Aplikace

- Plošné kalibry – respektují způsob měření – kalibr na součástce



# Aplikace

- Měření průměru a tvaru krčku při tahové zkoušce
- Využití vlastností difuzního světla ke zpřesnění pozice hrany



# Aplikace

- Měření na nekonečném pásu textilie
- Korekce jasů a zkreslení optiky
- Stanovení pozice a rozměru vady

