Geometrické transformace

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Polynomiální a homogenní reprezentace.
3. Interpolace jasových hodnot.
4. Transformace souřadnic.

Geometrické transformace

Karel Horák

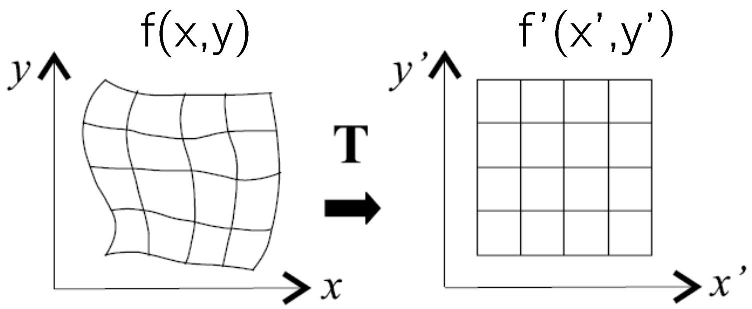
Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. **Úvod.**
2. Polynomiální a homogenní reprezentace.
3. Interpolace jasových hodnot.
4. Transformace souřadnic.

Geometrické transformace – úvod

- Geometrická transformace = transformace souřadnic obrazových bodů a s ní spojená interpolace jasových hodnot



$$f' = T(f) \;\rightarrow \begin{cases} (x,y) \xrightarrow{T} (x',y') \\ f(x,y) \xrightarrow{T} f'(x',y') \end{cases}$$

- Dvě fáze výpočtu transformovaného obrazu:

  – transformace souřadnic obrazových bodů = mapování dvojic (x,y) na dvojice (x',y')

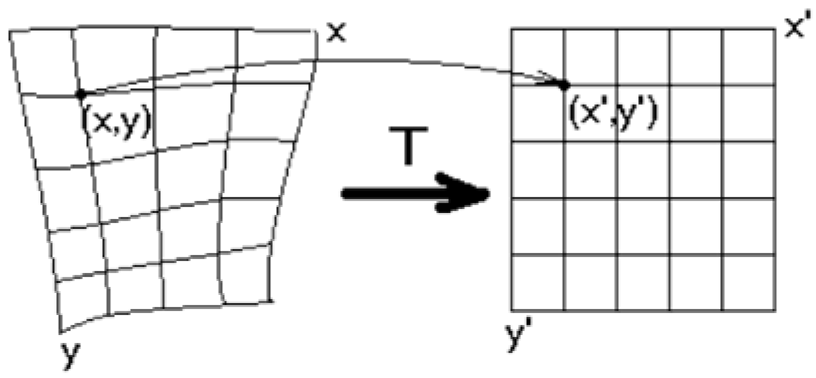
  – interpolace jasových hodnot = určení nové jasové hodnoty v místě mimo ortogonální rastr

Geometrické transformace – úvod

- Využití geometrické transformace:
  - – potlačení zkreslení obrazu vzniklého při jeho pořizování – korekce (perspektiva, zkreslení objektivu, letecké snímky,...)
  - – geometrické změny obrazu (velikost, rotace, zkosení)

- Hlavní problém geometrické transformace diskrétního obrazu:
  - – transformace souřadnic mapuje diskrétní souřadnice na spojité (převod integer → real)
  - – výstupní obraz ale musí být také reprezentován v pravidelné vzorkovací mřížce

- Důsledky problému:
  - – ve výstupním obrazu vznikne díra, kam se nemapuje žádný pixel vstupního obrazu
  - – ve výstupním obrazu vznikne nejednoznačnost, kam se mapuje více pixelů vstupního obrazu



Geometrické transformace – úvod

- Složenou transformaci T lze rozložit na dvě složky:

$$x' = T_x(x, y)$$
$$y' = T_y(x, y)$$

- Jak nalézt transformace T_x a T_y?

- Při geometrických změnách obrazu T_x a T_y známe:
  – matematicky jde o dedukci: známe vstup a transformaci, hledáme výstup
  – př.: pro daný vstupní obraz proveď jeho otočení o úhel

- Při potlačení zkreslení T_x a T_y neznáme:
  – je třeba provést kalibraci = pořídit obraz známé (definované) kalibrační mřížky
  – matematicky jde o indukci: známe vstup a výstup, hledáme transformaci
  – př.: pro definovanou ortogonální mřížku a její obraz hledáme transformaci, která v tomto případě reprezentuje přenosovou charakteristiku snímací soustavy (identifikace)

Geometrické transformace

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. **Polynomiální a homogenní reprezentace.**
3. Interpolace jasových hodnot.
4. Transformace souřadnic.

Geometrické transformace – polynomiální aproximace

- Obecně definovaná transformace neexistuje – používáme polynomiální aproximace:

$$x' = \sum_{r=0}^{n} \sum_{k=0}^{n-r} a_{rk} \cdot x^r \cdot y^k$$
$$y' = \sum_{r=0}^{n} \sum_{k=0}^{n-r} b_{rk} \cdot x^r \cdot y^k$$

- Parametr n (stupeň polynomu) je třeba volit podle míry zkreslení:
  – pokud v nekorigovaném obrazu nedochází k velmi rychlým změnám souřadnic → $n \le 3$

- Určení koeficientů a_{rk} a b_{rk}:
  – řešením soustavy rovnic: potřebné hodnoty dvojic (x,y) a (x',y') se zjišťují lokalizací významných vzájemně si odpovídajících bodů
  – metoda nejmenších čtverců (vzhledem k a_{rk} a b_{rk} jsou vztahy pro x' a y' lineární)

Geometrické transformace – polynomiální aproximace

- Bilineární transformace (n = 2):

$$x' = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot x \cdot y + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot y^2$$
$$y' = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot x \cdot y + b_4 \cdot x^2 + b_5 \cdot y^2$$

- Afinní transformace (n = 1):

$$x' = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y$$
$$y' = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y$$

- Jaké operace lze schovat do afinního tvaru?
  - posunutí: členy a_0 a b_0 (tx, ty)
  - rotace: členy a_1, a_2 a b_1, b_2 (sin, cos)
  - měřítko: členy a_1 a b_2 (mx, my)
  - zkosení: členy a_2 a b_1 (sx, sy)

Geometrické transformace – homogenní souřadnice

- Homogenní souřadnice – myšlenka:
  – reprezentace bodu v prostoru o jednu dimenzi vyšším, než odpovídá skutečné dimenzi bodu

- Pro bod v rovině $P=[x,y]^T$ je tak bod reprezentován ve 3D homogenních souřadnicích $P_H=[\lambda\cdot x,\lambda\cdot y,\lambda]^T$ ($\lambda\neq 0$) – pro jednoduchost je zpravidla $\lambda=1$.

- Afinní transformace v homogenních souřadnicích:

$$x' = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y$$
$$y' = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_0 \\ b_1 & b_2 & b_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Geometrické transformace

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

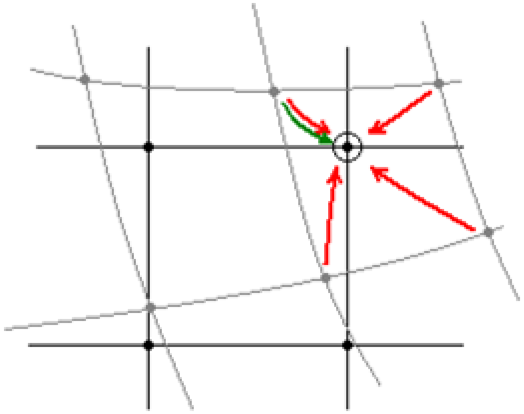
Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Polynomiální a homogenní reprezentace.
3. **Interpolace jasových hodnot.**
4. Transformace souřadnic.

Geometrické transformace – interpolace

- Geometrické zkreslení obrazu – definice úlohy:
  - – podmínka: výstupní obraz musít být stejně jako vstupní reprezentován pravidelnou ortogonální mřížkou
  - – problém: celočíselným souřadnicím ve výstupním obrazu odpovídají obecně neceločíselné souřadnice ve vstupním obrazu ⇒ nelze přesně určit jasovou hodnotu ⇒ je třeba interpolovat

- Interpolace jasových hodnot – metody:
  - – nejbližší soused
  - – statistika N nejbližších sousedů (nejčastěji prostý průměr 4 nejbližžcích sousedů)
  - – lineární interpolace
  - – kubická interpolace



Geometrické transformace

Karel Horák

Computer Vision Group
Department of Control and Instrumentation
Faculty of Electrical Engineering and Communications
Brno University of Technology

Rozvrh přednášky:

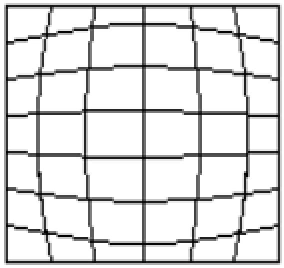
1. Úvod.
2. Polynomiální a homogenní reprezentace.
3. Interpolace jasových hodnot.
4. **Transformace souřadnic.**

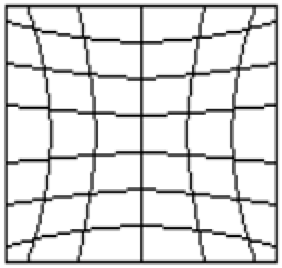
Geometrické transformace – korekce zkreslení

- Korekce zkreslení:
  - T_x a T_y neznáme → aproximujeme analytickou funkcí odpovídající předpokládanému zkreslení

- Radiální zkreslení (soudek, poduška):
  - r = radiální vzdálenost bodu (x,y) od středu obrazu (popř. jiného vztažného bodu středu zkreslení)

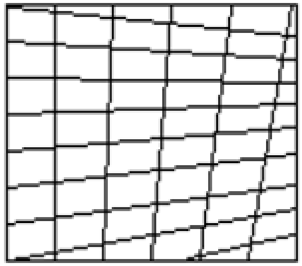
$$x' = x \cdot (1 + \kappa_1 \cdot r^2 + \kappa_2 \cdot r^4 + \kappa_3 \cdot r^6)$$
$$y' = y \cdot (1 + \kappa_1 \cdot r^2 + \kappa_2 \cdot r^4 + \kappa_3 \cdot r^6)$$





- Tangenciální zkreslení (perspektiva):

$$x' = x + 2\rho_1 \cdot y + \rho_2 \cdot (r^2 + 2x^2)$$
$$y' = y + 2\rho_2 \cdot x + \rho_1 \cdot (r^2 + 2y^2)$$



Geometrické transformace – rotace

- Otočení obrazu o 90°, 180° a 270°:
  - záměna řádků a sloupců
  - nedochází ke zkreslením tj. rot(90°) ≠ rot(rot(45°))

- Otočení obrazu o libovolný úhel α – definice:

$$\begin{aligned} x' &= a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y \\ y' &= b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y \end{aligned} \quad \text{kde} \quad \{a_0, b_0\} \to 0, \{a_1, a_2, b_1, b_2\} \to \{sin, cos\}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

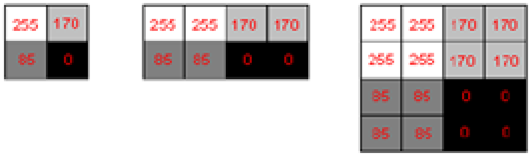
- Otočení obrazu o libovolný úhel α – dvouprůchodový algoritmus I(x,y)→J(x',y)→K(x',y'):
  1. řádky:
  $$x' = x \cdot \cos\alpha - y \cdot \sin\alpha \quad \to \quad J(x', y)$$
  2. sloupce:
  $$y' = \frac{x' \cdot \sin\alpha + y}{\cos\alpha} \quad \to \quad K(x', y')$$

Geometrické transformace – měřítko

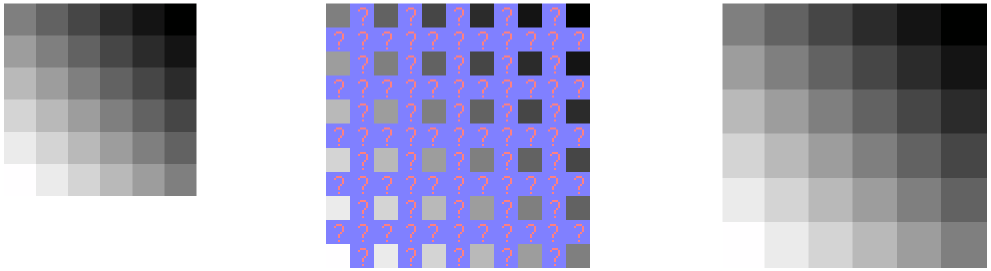
- Změna měřítka zahrnuje zmenšení/zvětšení obrazu = změna rozlišení

- Interpolační metody:
  – nejbližší soused
  – bilineární
  – bikubická
  – vyšší řády (spline, sinc)

- Interpolace nejbližším sousedem (nearest neigbour NN):
  – uvažuje 1 sousední pixel → nejrychlejší interpolační metoda
  – výsledkem je hodnota obrazové funkce nejbližšího souseda

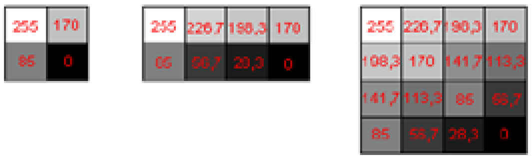


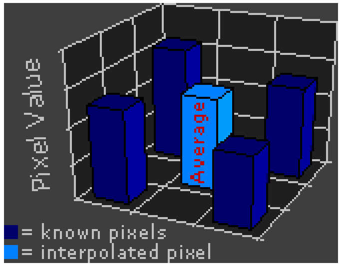
- Úloha:
  – výpočet 2x zvětšeného obrazu

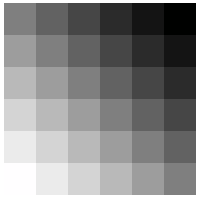


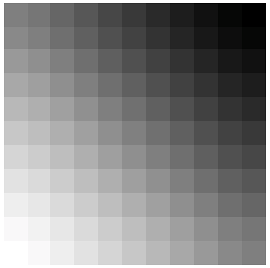
Geometrické transformace – měřítko

- Bilineární interpolace:
  - uvažuje 2x2 okolí kolem neznámého (počítaného) bodu
  - lineární interpolace po sloupcích C(x) + po řádcích R(x)
  - plynulejší výsledek oproti NN
  - pokud jsou pixely okolí vzdáleny stejně, pak výsledek = aritmetický průměr 4 sousedů









- Bikubická interpolace:
  - uvažuje 4x4 okolí kolem neznámého (počítaného) bodu
  - vzdálenost bodů už není stejná jako v případě bilineární int.
  - různé váhy pro sousedy v různých vzdálenostech