

# Detekce hran a rohů

Karel Horák



Rozvrh přednášky:

1. Detekce hran.
2. Hranové detektory – 1. derivace.
3. Hranové detektory – 2. derivace.
4. Detekce rohů.
5. Moravcův operátor.

# Detekce hran a rohů

Karel Horák



---

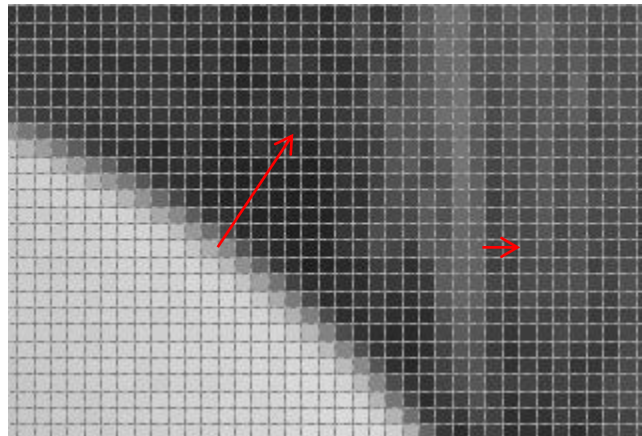
Rozvrh přednášky:

**1. Detekce hran.**

2. Hranové detektory – 1. derivace.
3. Hranové detektory – 2. derivace.
4. Detekce rohů.
5. Moravcův operátor.

# Detekce hran – úvod

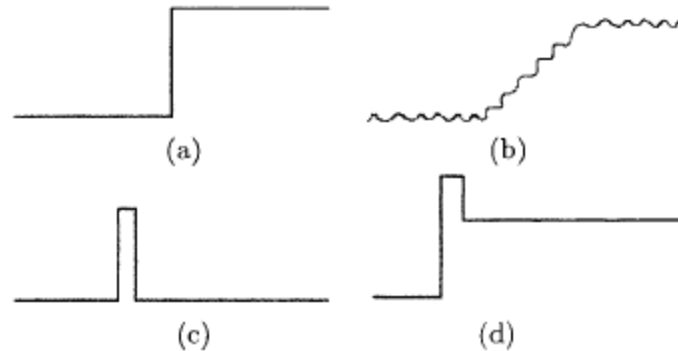
- ▶ Hrany, čáry a body jsou nositeli informací o různých oblastech v obrazu, zejména pak o hranicích objektů.
- ▶ Co je hrana v obrazovém signálu?
- ▶ Místo v obrazu, kde dochází ke strmé změně obrazové funkce  $f(x,y)$ :



- ▶ Strmost obrazové funkce určuje velikost (magnitudu) hrany, normála gradientu pak její směr.
- ▶ Rozdíl mezi hranou, čarou a bodem: hrana je chápána jako hranice mezi dvěma oblastmi, zatímco čára popř. bod je lokální změna jasové funkce v jinak homogenní oblasti.

# Detekce hran – úvod

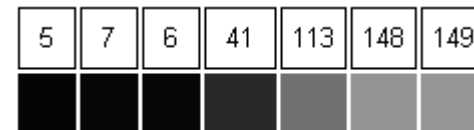
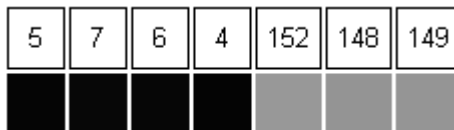
- Změna jasových úrovní obrazové funkce  $f(x,y)$  tzn. gradient může mít různý průběh:



- Změna se pak nazývá různě: skoková tj. hrana (a), pozvolná tj. rampa (b), čára (c) a skoková čára (d).

- Proč není detekce hran triviální záležitost?

- Měřítko:



# Detekce hran – úvod

- Detekce hran je základní operací pro detekci významných lokálních změn v intenzitě obrazu.
- Každá tato změna je měřena gradientem obrazu a protože je obrazová funkce  $f(x,y)$  dvourozměrná, je její gradient vektor:

$$\nabla f(x, y) = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- Složky vektoru gradientu  $G_x$  a  $G_y$  udávají změnu obrazové funkce pouze podél osy  $x$  resp. osy  $y$ , proto je třeba vypočítat velikost  $G$  a směr  $\theta$  gradientu:

$$G[f(x, y)] = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

$$G[f(x, y)] = |G_x| + |G_y|$$

$$G[f(x, y)] = \max\{|G_x|, |G_y|\}$$

$$\theta(x, y) = \arg(G_x, G_y)$$

11	74	44	43	41	33	36	37	56	53	78
72	136	84	51	43	38	36	38	53	57	76
04	186	144	99	58	46	34	38	43	45	62
12	209	195	159	115	65	48	46	49	46	59
12	214	212	200	171	122	73	46	45	54	56
12	213	212	212	202	177	127	76	48	46	55
11	211	213	213	214	205	183	130	77	51	49
11	213	213	214	212	213	207	186	134	80	54

- Úhel  $\theta$  je měřen vzhledem k ose  $x$ .

# Detekce hran – úvod

- Pro diskretní obraz jsou složky vektoru gradientu  $G_x$  a  $G_y$  aproximovány diferencemi:

$$G_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \approx \Delta_x f(x, y) = f(x, y) - f(x - n, y)$$

$$G_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \approx \Delta_y f(x, y) = f(x, y) - f(x, y - n)$$

- kde krok  $n$  je obvykle 1, ale může být i větší.
- Velikost a směr gradient v diskretním obrazu se vypočítají analogicky (pro  $G$  opět více způsobů):

$$G[f(x, y)] = \sqrt{\Delta_x^2 f(x, y) + \Delta_y^2 f(x, y)}$$

$$G[f(x, y)] = |\Delta_x f(x, y)| + |\Delta_y f(x, y)|$$

$$G[f(x, y)] = \max\{|\Delta_x f(x, y)|, |\Delta_y f(x, y)|\}$$

$$\theta(x, y) = \arg(\Delta_x f(x, y), \Delta_y f(x, y))$$

11	74	44	43	41	33	36	37	56	53	78
12	136	84	51	43	38	36	38	53	57	76
14	186	144	99	58	46	34	38	43	45	62
12	209	195	159	115	66	48	46	49	46	59
12	214	212	200	171	122	73	46	45	54	56
12	213	212	212	202	177	127	76	48	46	55
11	211	213	213	214	205	183	130	77	51	49
11	213	213	214	212	213	207	186	134	80	54

Diagram illustrating gradient calculation on a grayscale image grid. A central pixel (12, 12) is highlighted with a red circle. Red arrows indicate the horizontal and vertical differences used to calculate the gradient components:  $G_x = 49$  (horizontal difference) and  $G_y = 56$  (vertical difference). The resulting gradient magnitude is  $G = 74$ .

# Detekce hran – konvoluce

- Výpočet diferencí lze zapsat jako maticové operátory:

$$h_{x1} = [-1 \quad +1] \quad \text{nebo} \quad h_{x2} = [-1 \quad 0 \quad +1]$$

*a*

$$h_{y1} = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} \quad \text{nebo} \quad h_{y2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ +1 \end{bmatrix}$$

- kde  $h_{xi}$  jsou operátory pro detekci vertikálních hran a  $h_{yi}$  operátory pro detekci horizontálních hran (pozn.: symetrické varianty  $h_{x2}$  a  $h_{y2}$  se příliš nepoužívají, protože zanedbávají vliv právě vyšetřovaného bodu).

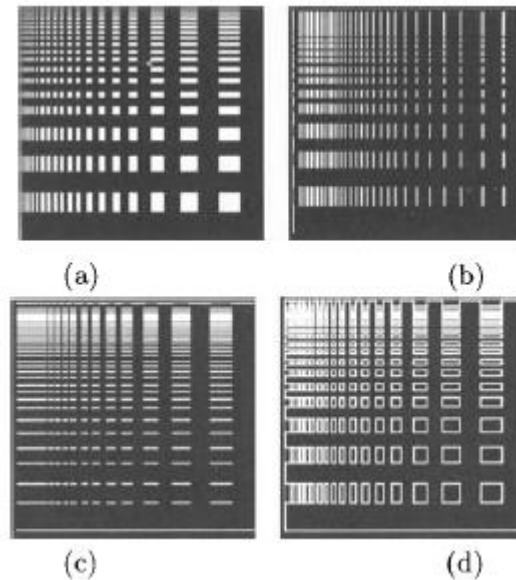
- Detekci hran pak lze realizovat konvolucí:

$$g(x, y) = f(x, y) * h$$

- kde  $f(x,y)$ =vstupní obraz,  $g(x,y)$ =výstupní obraz a  $h$ =maska operátoru.

# Detekce hran – konvoluce

- Podle zvolené operátorové masky pak obdržíme výsledek:



- Pro vstupní obraz (a) lze vypočítat obraz vertikálních hran (b), horizontálních hran (c) nebo obojí kombinovat (d).
- Co s sebou nese detekce hran?
- Zvýraznění vyšších prostorových frekvencí v obrazu tzn. kromě skutečných hran také šum.



# Detekce hran a rohů

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Detekce hran.
- 2. Hranové detektory – 1. derivace.**
3. Hranové detektory – 2. derivace.
4. Detekce rohů.
5. Moravcův operátor.

# Hranové detektory – 1. derivace

- Pro výpočet obrazu hran je zavedeno několik operátorů (detektorů) aproximujících první derivaci obrazové funkce tj.:

$$G_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \approx \Delta_x f(x, y) = f(x, y) - f(x - n, y)$$

$$G_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \approx \Delta_y f(x, y) = f(x, y) - f(x, y - n)$$

- Standardní hranové detektory chronologicky:
  - Robertsův kříž (Lawrence G. Roberts, 1963)
  - Prewittové operátor (Judith M. S. Prewitt, 1966)
  - Sobelův operátor (Irwin Sobel, 1968)
  - Kirschův operátor (Russell A. Kirsch, 1971)
  - Robinsonův operátor (Robinson, 1977)
  - a další (Scharr, Canny, ...)
- Tyto operátory nejsou invariantní vůči rotaci a proto je v některých případech potřeba počítat jednotlivé odezvy s různě otočenými maskami (někdy se těmto operátorům říká tzv. kompasové detektory, protože reagují vždy jen v jednom zvoleném směru).

# Hranové detektory – 1. derivace

- ▶ Robertsův kříž:
  - jednoduchý a výpočetně nenáročný operátor
  - oproti ostatním operátorům hodně citlivý na šum kvůli malému počtu zpracovaných pixelů
- ▶ Je definován dvěma maticemi pro detekci hrany mezi diagonálními sousedy:

$$R_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, R_y = \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$



- ▶ Pozn.: obvykle se pro rozlišení směru kernelu používá index **x** nebo **y** a to i přesto, že směrovost kernelů odpovídá hlavní a vedlejší diagonále.
- ▶ Výsledná odezva operátoru se vyjadřuje pomocí konvoluce zpravidla jako magnituda podle vztahu:

$$g(x, y) = \sqrt{[f(x, y) * R_x]^2 + [f(x, y) * R_y]^2}$$

- ▶ Vzhledem k nízké rozlišovací schopnosti dvou kernelů se v případě potřeby určení směru hrany používá některý z následujících operátorů.

# Hranové detektory – 1. derivace

## ► Prewittové operátor:

- symetrický kernel v obvyklém rozměru 3x3
- společně se Sobelovým operátorem je považován za základní operátor pro detekci hran

## ► Je definován kernelem ve čtyřech variantách otočení:

$$P_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix}, P_{xy} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 \end{bmatrix}, P_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}, P_{yx} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \\ +1 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

## ► Každý kernel generuje pro vstupní obrazová data zápornou či kladnou odezvu podle toho, je-li hrana v odpovídajícím směru náběžná nebo sestupná.

## ► Informace o směru hrany se obvykle nevyužívá, proto lze použít **abs** a zjednodušit tak úlohu na práci s kladnými čísly $\Rightarrow$ vysoká odezva operátoru = výrazná hrana ve vstupním obrazu a obráceně.

# Hranové detektory – 1. derivace

## ► Prewittové operátor:

- symetrický kernel v obvyklém rozměru 3x3
- společně se Sobelovým operátorem je považován za základní operátor pro detekci hran

## ► Je definován kernelem ve čtyřech variantách otočení:

$$P_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix}, P_{xy} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 \end{bmatrix}, P_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}, P_{yx} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \\ +1 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Výsledná odezva operátoru se buďto redukuje na odezvu pouze jedné varianty kernelu nebo se kombinuje více variant do jednoho výsledku např.:

$$g(x, y) = \max(|f(x, y) * P_i| : i = "x", "xy", "y", "yx")$$

$$g(x, y) = \sqrt{[f(x, y) * P_x]^2 + [f(x, y) * P_y]^2}$$

$$g(x, y) = \sqrt{[f(x, y) * P_{xy}]^2 + [f(x, y) * P_{yx}]^2}$$

# Hranové detektory – 1. derivace

## ▀ Sobelův operátor:

- symetrický kernel v obvyklém rozměru 3x3
- stejný mechanismus jako operátor Prewittové
- rozdíl je pouze ve váze koeficientů u sousedů ve čtyř-okolí vzhledem ke směru detekce

## ▀ Je opět definován kernelem ve čtyřech variantách otočení:

$$S_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix}, S_{xy} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +2 \end{bmatrix}, S_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{bmatrix}, S_{yx} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \\ +2 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

## ▀ Výsledná odezva operátoru se sestavuje analogicky jako u operátoru Prewittové.

## ▀ Pozn.: pro určení směru hrany lze využít informaci o směrovosti masky s nejvyšší odezvou.

# Hranové detektory – 1. derivace

## ▀ Kirschův operátor:

- nesymetrický kernel v obvyklém rozměru 3x3
- stejný mechanismus jako operátor Prewittové a Sobelův
- kombinuje různý počet koeficientů s různými hodnotami

## ▀ Je opět definován kernelem ve čtyřech variantách otočení:

$$K_x = \begin{bmatrix} -5 & +3 & +3 \\ -5 & 0 & +3 \\ -5 & +3 & +3 \end{bmatrix}, K_{xy} = \begin{bmatrix} -5 & -5 & +3 \\ -5 & 0 & +3 \\ +3 & +3 & +3 \end{bmatrix}, K_y = \begin{bmatrix} -5 & -5 & -5 \\ +3 & 0 & +3 \\ +3 & +3 & +3 \end{bmatrix}, K_{yx} = \begin{bmatrix} +3 & -5 & -5 \\ +3 & 0 & -5 \\ +3 & +3 & +3 \end{bmatrix}$$

## ▀ Výsledná odezva operátoru se sestavuje analogicky jako u předchozích operátorů.

# Hranové detektory – 1. derivace

## ▀ Robinsonův operátor:

- nesymetrický kernel v obvyklém rozměru 3x3
- stejný mechanismus jako předchozí operátory
- kombinuje různý počet koeficientů s různými hodnotami jako Kirschův operátor

## ▀ Je opět definován kernelem ve čtyřech variantách otočení:

$$RO_x = \begin{bmatrix} -1 & +1 & +1 \\ -1 & -2 & +1 \\ -1 & +1 & +1 \end{bmatrix}, RO_{xy} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & +1 \\ -1 & -2 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$



$$RO_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ +1 & -2 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}, RO_{yx} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 \\ +1 & -2 & -1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$



## ▀ Výsledná odezva operátoru se sestavuje analogicky jako u předchozích operátorů.



# Hranové detektory – 1. derivace

► Srovnání výsledků různých operátorů:

Original



Sobel -



$$\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{matrix}$$

Sobel /



$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{matrix}$$

Sobel |



$$\begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Prewitt



$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

Laplacian, ctYROkoli



$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Laplacian, osmiokoli



$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Log 5x5, sigma = 0,5



$$\begin{matrix} 0.0448 & 0.0468 & 0.0564 & 0.0468 & 0.0448 \\ 0.0468 & 0.3167 & 0.7146 & 0.3167 & 0.0468 \\ 0.0564 & 0.7146 & -4.9048 & 0.7146 & 0.0564 \\ 0.0468 & 0.3167 & 0.7146 & 0.3167 & 0.0468 \\ 0.0448 & 0.0468 & 0.0564 & 0.0468 & 0.0448 \end{matrix}$$

# Hranové detektory – 1. derivace

- Ukázka: online detekce hran pomocí Sobelova operátoru:

Original image



Sobel operator - both, FPS: 4.4



Sobel operator - horizontal



Sobel operator - vertical



# Detekce hran a rohů

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

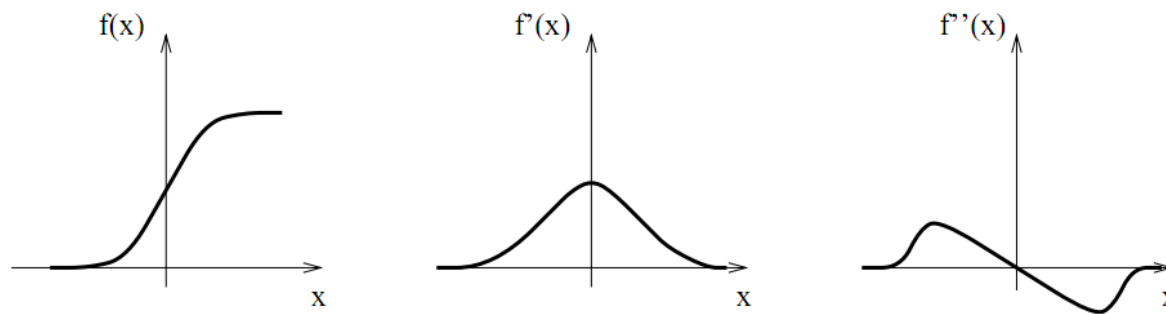
1. Detekce hran.
2. Hranové detektory – 1. derivace.
- 3. Hranové detektory – 2. derivace.**
4. Detekce rohů.
5. Moravcův operátor.

# Hranové detektory – 2. derivace

- ▶ Početně menší třídou jsou operátory aproximující druhou derivaci obrazové funkce:
  - Marr-Hildreth operátor (Marr-Hildreth, 1980)
  - LoG operátor (Marr, 1982)

▶ Proč druhá derivace?

▶ Je výpočetně jednodušší a výsledek je přesnější, než hledání extrému první derivace.




▶ Extrémy první derivace v ploše obrazu mají různé hodnoty, proto je výpočetně výhodnější hledat inflexní body hran tj. průchody nulou druhé derivace (tzv. zero-cross operátory).


▶ Tyto operátory jsou nativně invariantní vůči rotaci.

# Hranové detektory – 2. derivace

- Pro aproximaci výpočtu druhé derivace se výhradně používá Laplaceův operátor (Laplacián) ve dvou variantách (čtyř a osmi-okolí):

$$L_4 = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ +1 & -4 & +1 \\ 0 & +1 & 0 \end{bmatrix}, \quad L_8 = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ +1 & -8 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$





- Laplacián má stejné vlastnosti ve všech směrech tj. je izotropický.
- Realizace odezvy diskrétního Laplaceova operátoru:

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \approx f(x, y) * L_n$$

- LoG operátor (Laplacian of Gaussian):
  - aplikace Laplaciánu po filtraci obrazu Gaussovým filtrem  $G$
  - výhoda: derivace Gaussova filtru jsou vypočítány předem tj. nezávisí na obrazových datech

$$\nabla^2 [G * f(x, y)] = (\nabla^2 G) * f(x, y) = 0$$

# Detekce hran – ostření

- ▮ Ostření = úprava obrazu s charakterem horní propusti tzn. taková, která v obrazu zvyšuje podíl složek o vyšších frekvencích (zvýrazňuje hrany).
- ▮ Je realizováno odečtením váženého obrazu hran od vstupního obrazu:

$$g(x, y) = f(x, y) - c \cdot S(x, y)$$

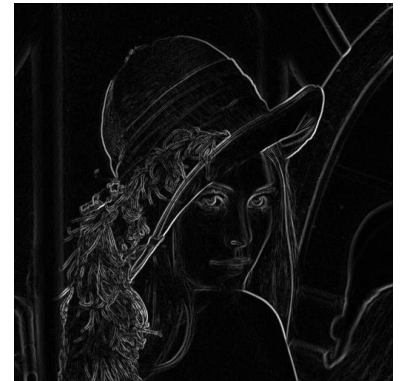
- ▮ kde  $c$  je koeficient určující míru ostření a  $S(x, y)$  je strmost obrazové funkce (obraz hran)



=



-1 ·



- ▮ Neformálně: odečtením vysokých frekvencí se v obrazu zvyšují maxima a snižují minima tj. prohlubují se extrémy.

# Detekce hran – ostření

► Pro výpočet strmosti obrazové funkce se nejčastěji používá Laplaceův operátor.

► Ze vztahu pro ostření:

$$g(x, y) = f(x, y) - c \cdot \nabla^2 f(x, y)$$

► lze odvodit ostřicí masku, která je použitelná pro přímý výpočet konvolucí (předpokladem je  $c=1$ ):

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



=



\*

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

► Použití ostření: tam, kde se očekává vizualizace a následná interpretace obrazu

# Detekce hran a rohů

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Detekce hran.
2. Hranové detektory – 1. derivace.
3. Hranové detektory – 2. derivace.
- 4. Detekce rohů.**
5. Moravcův operátor.



# Detekce rohů – definice

- ▶ Roh představuje významný bod v obrazu – formálně:
  - poloha obrazového bodu vykazující vysoký gradient jasové funkce v definovaném okolí
- ▶ Neformálně:
  - místo v obrazu co nejméně podobné svému blízkému okolí tzn. vrcholy, rohy, hranice

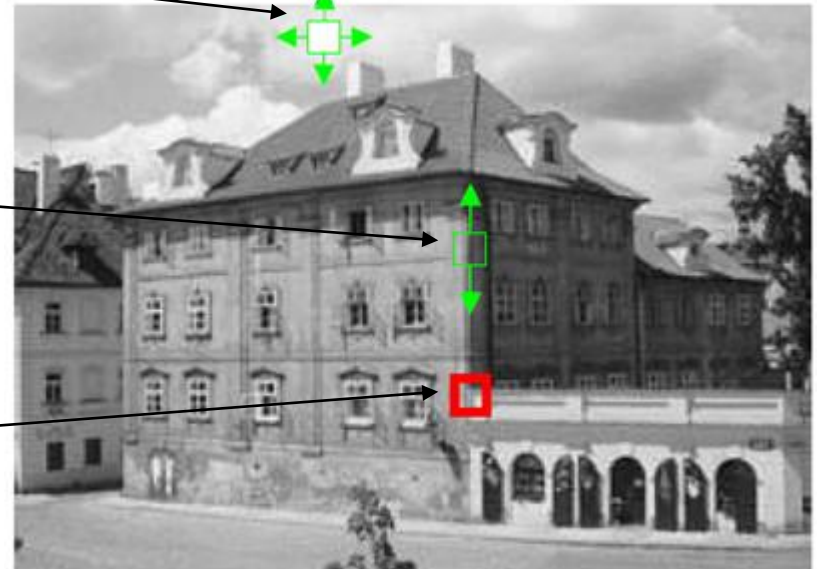
▶ Lokálně nerozeznatelná oblast →



▶ Lokálně částečně rozeznatelná oblast →



▶ Lokálně plně rozeznatelná oblast →



# Detekce hran a rohů

Karel Horák



---

Rozvrh přednášky:

1. Detekce hran.
2. Hranové detektory – 1. derivace.
3. Hranové detektory – 2. derivace.
4. Detekce rohů.
- 5. Moravcův operátor.**

# Moravcův operátor

- Detektor významných bodů Moravec (Hans Moravec – 1977):

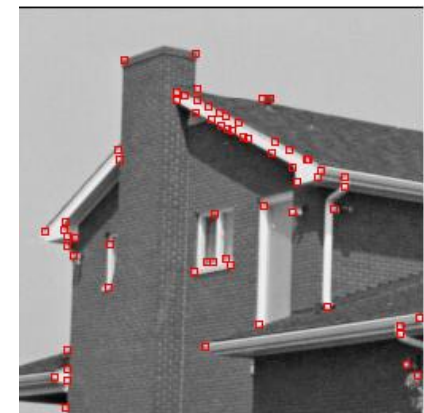
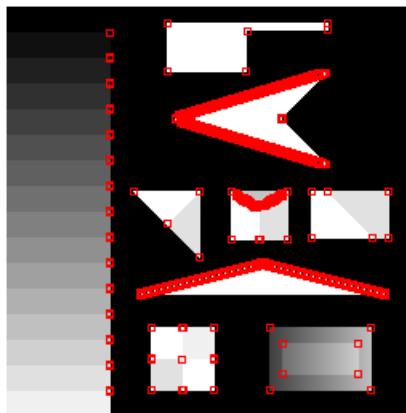
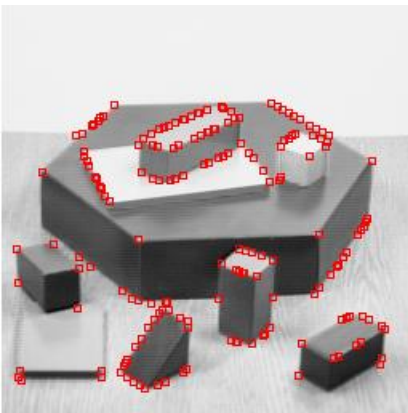
$$f(i, j) = \frac{1}{8} \sum_{k=i-1}^{k=i+1} \sum_{e=j-1}^{e=j+1} |g(k, e) - g(i, j)|$$

- Odezva operátoru na signál – významné jasové změny:

– v žádném směru / podél hrany (v jednom směru) / ve všech směrech / ve všech směrech

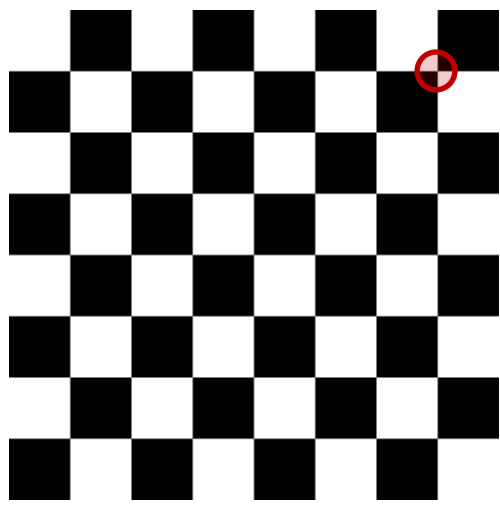


- Výsledek operátoru:

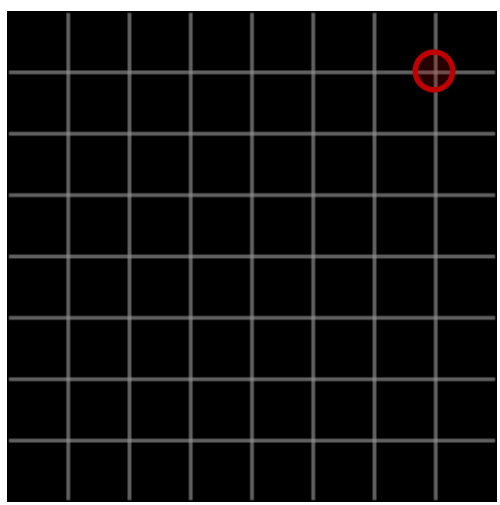


# Moravcův operátor

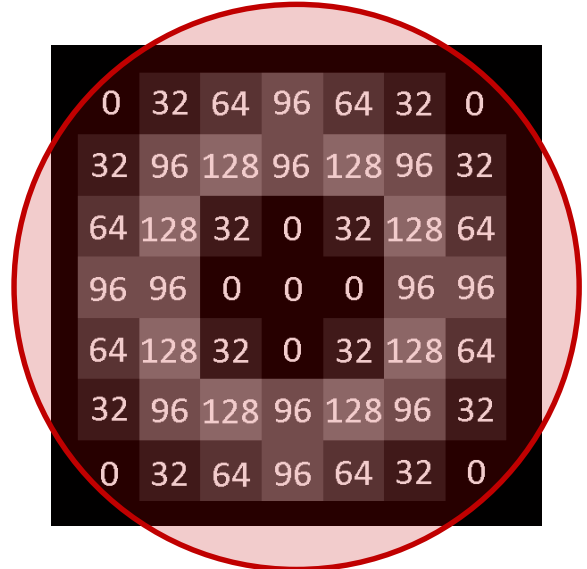
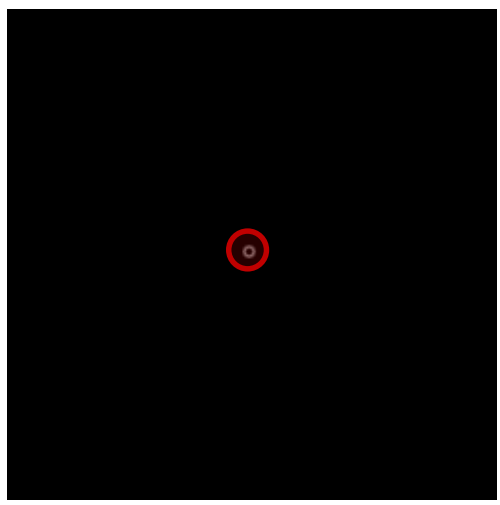
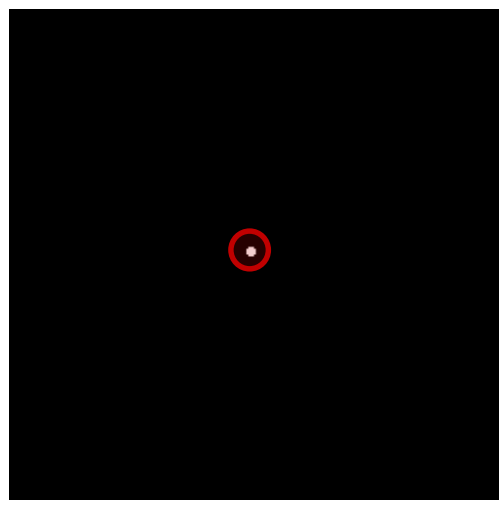
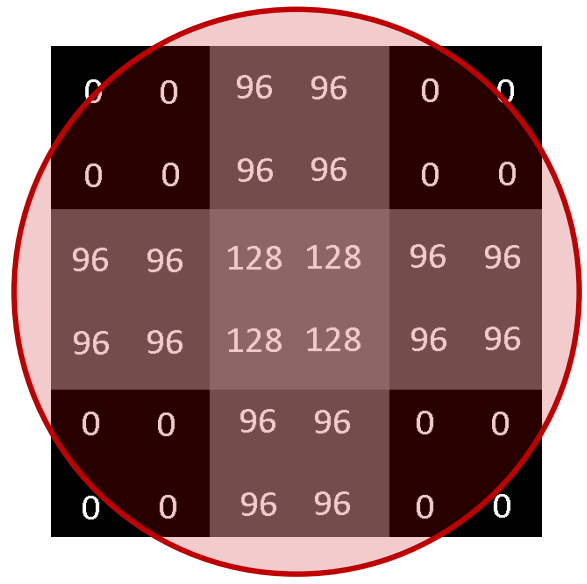
$$f(i, j) = \frac{1}{8} \sum_{k=i-1}^{k=i+1} \sum_{e=j-1}^{e=j+1} |g(k, e) - g(i, j)|$$



$g(i, j)$



$f(i, j)$



# Moravcův operátor

- Ukázka: online detekce významných bodů pomocí Moravcova operátoru

Original image



Moravec operator, FPS: 2.2



Top 10 corners

